Corrigé DS 6

Exercice 1 :

• $f'(x) = 15x^4 + 4x - 1$.

• Pour h, j'utilise la formule $(uv)' = u'v + uv'$ avec :

$u(x) = 3x + 1$ donc $u'(x) = 3$ et $v(x) = x^2 + 5$ donc $v'(x) = 2x$

$h'(x) = 3(x^2 + 5) + (3x + 1)(2x) = 3x^2 + 15 + 6x^2 + 2x = 9x^2 + 2x + 15$

• Pour g, j'utilise la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ avec :

$u(x) = x + 2$ donc $u'(x) = 1$ et $v(x) = 2x - 3$ donc $v'(x) = 2$

$$g'(x) = \frac{1(2x-3) - (x+2)(2)}{(2x-3)^2} = \frac{2x - 3 - 2x - 4}{(2x-3)^2} = \frac{-7}{(2x-3)^2}$$

Exercice 2 :

a. **a.** $f'(x) = 10x + 1$

Je cherche pour quelles valeurs de x j'ai $f'(x) > 0$ c'est-à-dire $10x + 1 > 0$

$10x + 1 > 0$ si et seulement si $x > -\frac{1}{10}$ ou $x > -0,1$

x	–5		– 0,1		5
f '(x)		–	0	+	
f (x)	108	↘	–12,05	↗	118

b. $f'(x) = \frac{2(x+4) - (2x-3) \times 1}{(x+4)^2} = \frac{11}{(x+4)^2}$

Il est évident que f '(x) est positif car 11 > 0 et un carré est toujours positif. Donc :

x	–3		6
f '(x)		+	
f (x)	–9	↗	0,9

c. $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$

La dérivée est un trinôme donc pour déterminer son signe je cherche ses racines.

$\Delta = 324$ $\quad x_1 = -2$ et $x_2 = 1$

Le trinôme a deux racines donc il est de signe de a (ici a = 6 donc positif) à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
Signe de $x^2 - 2x - 8$		+	0	$-$	0	+	

Nous avons donc :

x	-5		-2		1		5
f '(x)		+	0	$-$	0	+	
f (x)	-114	$\nearrow$	21	$\searrow$	-6	$\nearrow$	266

<u>Exercice 3 :</u>

1. a. $C'(x) = \frac{1}{100}x^2 - 1{,}2x + 32$.

b. $\Delta = 0{,}16$ donc $x_1 = 80$ et $x_2 = 40$. Je remarque que $x_2 \notin [80\,;200]$. Le trinôme est du signe de a (ici $a = \frac{1}{100} > 0$) à l'extérieur des racines. J'en déduis que $C'(x) > 0$ sur $]80\,;200[$ et $C'(80) = 0$ donc la fonction C est croissante sur $[80\,;200]$.

2. a. $R(x) = 96x$.

b. $B(x) = R(x) - C(x) = 96x - \left(\frac{1}{300}x^3 - 0{,}6\,x^2 + 32x + 5573\right) = 96\,x - \frac{1}{300}x^3 + 0{,}6x^2 - 32x - 5573$

$= -\frac{1}{300}x^3 + 0{,}6x^2 + 64x - 5573$.

c. $B'(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 1{,}2x + 64$. C'est un trinôme. $\Delta = 4$ donc $x_1 = -40$ et $x_2 = 160$. Je remarque que $-40 \notin [80\,;200]$. Le trinôme est du signe de a (ici $a < 0$) à l'extérieur des racines donc :

x	80		160		200
B '(x)		+	0	$-$	
B(x)		$\nearrow$		$\searrow$	

D'après ce tableau, le bénéfice est maximal pour 160 kg de produit.

d. $B(160) = \frac{19121}{3}$ (donc $\approx 6373{,}7$ €).