

Corrigé du DM 3

n°84 p. 69 :

1.

Signe de x	Signe de y	x	y	x × y	Signe de xy	xy
+	+	x	y	xy	+	xy
+	-	x	-y	-xy	-	-xy
-	-	-x	-y	xy	+	xy

2. Nous pouvons affirmer que pour tous x et y réels, nous avons $|xy| = |x| \times |y|$. En effet, dans le tableau de la question 1., nous avons à chaque fois ce résultat. Or ce tableau récence tous les cas possibles selon les signes de x ou de y (le cas où x est négatif et y est positif est similaire à celui où x est positif et y est négatif).

3. a. $|3x - 1| = \left| 3 \times \left(x - \frac{1}{3}\right) \right| = |3| \times \left|x - \frac{1}{3}\right|$ car $|xy| = |x| \times |y|$

Or $|3| = 3$ donc $|3x - 1| = 3 \times \left|x - \frac{1}{3}\right|$

b. $|3x - 1| \leq 7$ est équivalent à $3 \times \left|x - \frac{1}{3}\right| \leq 7$ c'est-à-dire à $\left|x - \frac{1}{3}\right| \leq \frac{7}{3}$

La distance de x à $\frac{1}{3}$ est inférieure ou égale à $\frac{7}{3}$

Donc $S = \left[-2 ; \frac{8}{3}\right]$.

Exercice 2 :

Pour comparer $\frac{5 + 2x}{3}$ et $\frac{x - 1}{2}$, il faut étudier le signe de leur différence c'est-à-dire de :

$$\frac{5 + 2x}{3} - \frac{x - 1}{2}$$

Or, $\frac{5 + 2x}{3} - \frac{x - 1}{2} = \frac{2(5 + 2x)}{2 \times 3} - \frac{3(x - 1)}{3 \times 2} = \frac{10 + 4x}{6} - \frac{3x - 3}{6} = \frac{10 + 4x - 3x + 3}{6} = \frac{x + 13}{6}$

6 est un nombre positif donc $\frac{x + 13}{6}$ est du signe de $x + 13$.

1^{er} cas : $x < -13$ donc $x + 13 < 0$ et $\frac{x + 13}{6} < 0$. Par conséquent, $\frac{5 + 2x}{3} - \frac{x - 1}{2} < 0$ et

finalement, $\frac{5 + 2x}{3} < \frac{x - 1}{2}$

2^{ème} cas : $x = -13$ donc $x + 13 = 0$ et $\frac{x + 13}{6} = 0$. Par conséquent, $\frac{5 + 2x}{3} - \frac{x - 1}{2} = 0$ et

finalement, $\frac{5 + 2x}{3} = \frac{x - 1}{2}$

3^{ème} cas : $x > -13$ donc $x + 13 > 0$ et $\frac{x + 13}{6} > 0$. Par conséquent, $\frac{5 + 2x}{3} - \frac{x - 1}{2} > 0$ et

finalement, $\frac{5 + 2x}{3} > \frac{x - 1}{2}$

