

Corrigé du DM n° 4

n° 105 D et E p. 35 :

$$\bullet D = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(-4x + 2) = (2x + 3)(2x + 3) - (2x + 3)(-4x + 2) \\ = (2x + 3) [2x + 3 - (-4x + 2)] = (2x + 3) (2x + 3 + 4x - 2) = (2x + 3) (6x + 1)$$

$$\bullet E = 4x^2 - 1 - (2x - 1)(3x + 5)$$

$4x^2 - 1$ est une identité remarquable de la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a^2 = 4x^2$ donc $a = 2x$ et $b^2 = 1$ donc $b = 1$. Nous avons donc $4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1)$ et :

$$E = (2x - 1)(2x + 1) - (2x - 1)(3x + 5) = (2x - 1) [2x + 1 - (3x + 5)] \\ = (2x - 1) (2x + 1 - 3x - 5) = (2x - 1)(-x - 4)$$

n° 104 A, D et H p. 35 :

$$\bullet A = x^2 + 14x + 49$$

C'est une identité remarquable de la forme $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ avec $a^2 = x^2$ donc $a = x$ et $b^2 = 49$ donc $b = 7$. Vérifions : $2ab = 2 \times x \times 7 = 14x$ ce qui correspond à l'énoncé.

$$A = (x + 7)^2.$$

$$\bullet D = \frac{1}{4} - 3x + 9x^2$$

C'est une identité remarquable de la forme $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ avec $a^2 = \frac{1}{4}$ donc $a = \frac{1}{2}$ et

$b^2 = 9x^2$ donc $b = 3x$. Vérifions : $2ab = 2 \times \frac{1}{2} \times 3x = 3x$ ce qui correspond à l'énoncé.

$$D = \left(\frac{1}{2} - 3x\right)^2$$

$$\bullet H = (x - 3)^2 - 16$$

C'est une identité remarquable de la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a^2 = (x - 3)^2$ donc $a = x - 3$ et $b^2 = 16$ donc $b = 4$.

$$H = (x - 3 - 4)(x - 3 + 4) = (x - 7)(x + 1)$$

n°107 p. 35 :

$$1. \bullet A = (4x - 1)^2 - 3(x - 2)(4x - 1) = (4x - 1) [4x - 1 - 3(x - 2)] = (4x - 1) (4x - 1 - 3x + 6) \\ = (4x - 1) (x + 5)$$

$$\bullet B = 9x^2 - 1 - (2x - 4)(3x - 1)$$

$9x^2 - 1$ est une identité remarquable de la forme $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a^2 = 9x^2$ donc $a = 3x$ et $b^2 = 1$ donc $b = 1$.

$$B = (3x - 1)(3x + 1) - (2x - 4)(3x - 1) = (3x - 1) [3x + 1 - (2x - 4)] \\ = (3x - 1)(3x + 1 - 2x + 4) = (3x - 1)(x + 5)$$

$$\bullet A + B = (4x - 1)(x + 5) + (3x - 1)(x + 5) = (x + 5) (4x - 1 + 3x - 1) = (x + 5)(7x - 2).$$

$$2. \bullet A = (4x - 1)^2 - 3(x - 2)(4x - 1) = 16x^2 - 8x + 1 - 3(4x^2 - x - 8x + 2) \\ = 16x^2 - 8x + 1 - 3(4x^2 - 9x + 2) = 16x^2 - 8x + 1 - 12x^2 + 27x - 6 = 4x^2 + 19x - 5$$

$$\bullet B = 9x^2 - 1 - (2x - 4)(3x - 1) = 9x^2 - 1 - (6x^2 - 2x - 12x + 4) = 9x^2 - 1 - 6x^2 + 14x - 4 \\ = 3x^2 + 14x - 5.$$

$$\bullet A + B = 4x^2 + 19x - 5 + 3x^2 + 14x - 5 = 7x^2 + 33x - 10$$

$$3. 7x^2 + 33x - 10 = (x + 5)(7x - 2)$$

Factorisation supplémentaire :

$$7x - 1 + (3x + 2)(7x - 1) - (7x - 1)^2 = (7x - 1) \times 1 + (3x + 2)(7x - 1) - (7x - 1)(7x - 1) \\ = (7x - 1) [1 + (3x + 2) - (7x - 1)] = (7x - 1)(1 + 3x + 2 - 7x + 1) \\ = (7x - 1)(-4x + 4) = 4(7x - 1)(-x + 1)$$