Corrigé du contrôle 6 (sujet A)

Exercice 1 :

a. f est une fonction linéaire donc 2 f (3) + 4 f (5) = f (6) + f (20) = f (26) d'où f (26) = 12.
f est une fonction linéaire donc f (x) = ax avec $a \in \mathbb{R}$. Par conséquent, f (26) = a × 26 =26a.
Nous avons donc 26a = 12 $\Leftrightarrow a = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$ et f (x) = $\frac{6}{13}$ x

b. g passe par A (2 ;3) donc g (2) = 3. g est une fonction linéaire donc g (x) = ax d'où g (2) = 2a.
Nous avons donc 2a = 3 $\Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$ donc g (x) = $\frac{3}{2}$ x.

c. h est une fonction affine donc h (x) = ax + b. Nous savons que pour tous nombres x_1 et x_2 distincts nous avons $a = \frac{h(x_2) - h(x_1)}{x_2 - x_1}$ Ici, je choisis $x_1 = -20$ et $x_2 = -12$ donc :

$$a = \frac{h(-12) - h(-20)}{-12 - (-20)} = \frac{255 - 415}{-12 + 20} = -\frac{160}{8} = -20$$

Nous pouvons en conclure que h (x) = –20x + b. Il faut déterminer b.
Or h(–12) = 255 et par ailleurs h(–12) = –20 × (–12) + b = 240 + b donc 240 + b = 255 $\Leftrightarrow$ b = 15
Conclusion : h (x) = –20x + 15.

Exercice 2 :

1. f est une fonction affine donc f (x) = ax + b. A(0 ;3) donc l'ordonnée à l'origine est b = 3.
Et f (x) = ax + 3. Il faut déterminer a. B (5 ;7) donc f (5) = 7
Soit nous utilisons $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ (ce que nous avons fait en classe) soit nous remarquons que f (5) = 7 et par ailleurs f (5) = 5a + 3 donc 5a + 3 = 7 $\Leftrightarrow$ 5a = 4 $\Leftrightarrow a = \frac{4}{5}$

Conclusion : f (x) = $\frac{4}{5}$ x + 3.

2. a. Il faut déterminer les coordonnées de deux points (car g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite).
g (–5) = –2 × (–5) – 1 = 10 – 1 = 9 donc la droite passe par le point de coordonnées (–5 ;9).
g (1) = –2 × (1) – 1 = –2 – 1 = –3 donc la droite passe par le point de coordonnées (1 ;–3).
Il suffit de placer ces deux points et de tracer la droite passant par ces 2 points (à faire).

b. Il faut lire l'abscisse du point d'intersection de ces droites. Nous trouvons environ –1,4. C'est une valeur approchée.

c. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + 3 = -2x - 1 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + 2x = -1 - 3 \Leftrightarrow \frac{14}{5}x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{\frac{14}{5}} = -4 \times \frac{5}{14} = -\frac{10}{7}$

$S = \left\{ -\frac{10}{7} \right\}$

d. Nous avons la valeur exacte de l'abscisse. Il ne manque plus que celle de l'ordonnée. Or, ce point est sur la droite représentative de g donc il faut calculer $g\left(-\frac{10}{7}\right)$

$g\left(-\frac{10}{7}\right) = -2 \times \left(-\frac{10}{7}\right) - 1 = \frac{13}{7}$ Le point d'intersection a pour coordonnées : $\left(-\frac{10}{7} ; \frac{13}{7}\right)$

Exercice 3 :

a. coefficient directeur : –2 Ordonnée à l'origine : $\frac{7}{2}$

b. a < 0 donc la fonction est strictement décroissante.

c. Nous devons chercher pour quelles valeurs de x nous avons f (x) > 0.

$-2x + \frac{7}{2} > 0 \Leftrightarrow -2x > -\frac{7}{2} \Leftrightarrow x < \frac{\frac{7}{2}}{2} \Leftrightarrow x < \frac{7}{2} \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow x < \frac{7}{4}$ donc :

x	$-\infty$		$\frac{7}{4}$		$+\infty$
Signe de f (x)		+	0	–	

d. L'ordonnée à l'origine est $\frac{7}{2} = 3{,}5$ donc la droite passe par le point de coordonnées (0 ;3,5).

f (–1) = –2 ×(–1) + 3,5 = 5,5 donc la droite ne passe pas par B.
f (1) = –2 × 1 + 3,5 = 1,5 donc la droite passe par C.
e. g n'est pas une fonction affine car sa représentation graphique n'est pas une droite.
f. Il suffit de tracer la droite (AC).
g. S = [–3,1 ;1,1]. Ce sont des valeurs approchées.

Exercice 4 : fait en classe
Exercice 5 :
• $\frac{x+1}{2x+8} < 1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2x+8} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{x + 1 - 2x - 8}{2x+8} < 0 \Leftrightarrow \frac{-x-7}{2x+8} < 0$ Il faut faire un tableau de signes :
Je cherche le signe de –x – 7 et de 2x + 8 :
$-x - 7 > 0 \Leftrightarrow -x > 7 \Leftrightarrow x < -7$ $\qquad$ $2x + 8 > 0 \Leftrightarrow 2x > -8 \Leftrightarrow x > -4$

x	$-\infty$		-7		-4		$+\infty$
Signe de –x – 7		+	0	–	|	+	
Signe de 2x + 8		–	|	–	0	+	
Signe de $\frac{-x-7}{2x+8}$		–	0	+	||	–	

S =] –∞ ;–7[∪] – 4 ;+∞ [

• $4x^2 - 9 \leq (2x + 3)(x - 8) \Leftrightarrow (2x - 3)(2x + 3) - (2x + 3)(x - 8) \leq 0$
$\Leftrightarrow (2x + 3)[2x - 3 - (x - 8)] \leq 0 \Leftrightarrow (2x + 3)(x + 5) \leq 0$ Il faut faire un tableau de signes.
Je cherche le signe de 2x + 3 et de x + 5 :
$2x + 3 > 0 \Leftrightarrow 2x > -3 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$ $\qquad$ $x + 5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$

x	$-\infty$		-5		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de 2x + 3		–	|	–	0	+	
Signe de x + 5		–	0	+	|	+	
Signe de (2x + 3) (x + 5)		+	0	–	0	+	

S = $[-5 ;-\frac{3}{2}]$.